

12. カルノー・サイクル

熱効率が最大になるようなサイクルを考えたのは、サディ・カルノー (Nicolas Léonard Sadi Carnot) という若き青年だ。サディ・カルノーは、フランスの政治家・軍事技術家で数学者のラザール・カルノー (Lazare Nicolas Marguerite Carnot) の長男として生まれた。ちなみに、ラザールはフランス革命においてフランス軍の軍制改革を主導し、“勝利の組織者”と称えられた軍人である。サディは、父より学問的な影響を受け、パリの理工科大学 (エコール・ポリテクニク: École polytechnique) を出て陸軍の軍師となりながらも、数学、物理、化学、博物学などを広く研究した、フランスの物理学者である。

また、フランス第三共和政 (Troisième République) 第4代大統領のマリー・フランソワ・サディ・カルノー (Marie François Sadi Carnot) は、物理学者のサディ・カルノーの甥にあたる人物である。

物理学者としてのサディ・カルノー

1814年、物理学者のサディ・カルノー (以下“カルノー”と記述) は対仏同盟との戦争に参加し、そこで、フランス軍の敗北を経験する。対仏同盟の旗頭であるイギリスと、フランスとの違いを考えたカルノーは、その差は、蒸気機関をいかに有効に利用しているかであると結論付けたという。そして、「ただ蒸気機関をもつだけでなく、効率のよい蒸気機関が必須。それを手にいれた者が、産業と軍事力の両面で世界を支配できる」と考えるようになった。このとき、カルノーは

18歳だったとのこと。(米沢富美子「人物で語る物理入門(上)」岩波による)

その後、熱機関の研究を続け、1824年、28歳のとき“火の動力とこの力を発現させるのに適した機械に関する考察(原題: Réflexions sur la puissance motrice du feu [英訳題: Reflections on the Motive Power of Fire])”という論文を発表している。このなかで、カルノーは、どのような熱機関で熱効率を最大にできるかを紹介している。これこそが、次に紹介する“カルノー・サイクル(Carnot's cycle)”である。ここで、たとえ摩擦や熱の損失を無くすことに成功したとしても、高熱源と低熱源の温度の比によって熱機関の熱効率には限界があることを明らかにしている。ただ、カルノーは熱素説に従って計算を行っていたため、そもそもの熱に関する考え方が間違っていたのだが、結論は結果的に正しかった。カルノー・サイクルの功績が認められ、現在では“熱力学の開祖”とされている。

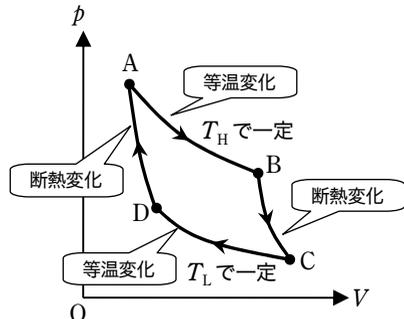
しかし、カルノーの論文の内容は、発表当時は見向きもされず、論文刊行の10年後にフランスの物理学者であるクラペイロン(Benoit Clapeyron)により紹介され、さらにその10年後にイギリスのケルヴィン卿(Lord Kelvin)によって認められるまで、一般にはまったく知られていなかったというから驚きである。

カルノーは、1832年、36歳の若さでありながらコレラのために急死した。生前は、まさか自分の研究が、この後に熱力学第2法則の確立の基礎となり、後世までその名が残るとは知る由も無かったのではないだろうか。

カルノー・サイクル

カルノー・サイクル(Carnot's cycle)とは、カルノーが思考実験で生み出した、熱効率が最大となるようなサイクルのことである。

具体的には、等温変化と断熱変化を交互におこなうようなサイクルで、 p - V 図でかくと、図12-1のようになる。



カルノー・サイクル

図12-1

さらに、カルノーによれば、熱効率が最大になるのは、**それぞれの変化を準静的 (quasi-static) におこなった場合に限る**といっている。準静的変化とは、すでに8章で説明しているように、常に熱平衡の状態を実現しながら“ゆっ～～～くり”と変化させることだ。準静的変化は、逆の道筋をたどる変化も可能であるから、カルノー・サイクルは可逆変化でもある。

それでは、図12-1を見ながら、カルノー・サイクルの詳細を見ていくことにしよう。また、カルノー・サイクルの具体的なシリンダとピストンの状態のイメージは図12-2を見てほしい。シリンダは、底以外は断熱材でできているとし、中には気体が閉じ込められている。これをシリンダの底を熱源に接触させながら、順番に、高熱源 (温度 T_H) から断熱材、そして低熱源 (温度 T_L) へと移動させると考えよう。

図12-1の点Aの状態から順番に見ていこう。カルノー・サイクルの1サイクルは、次のようだ。

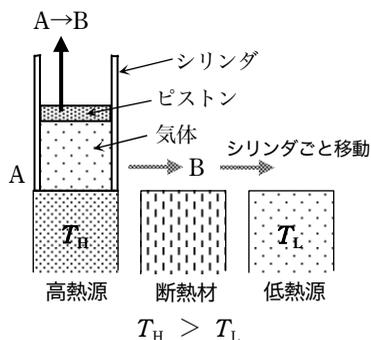


図12-2

A：高熱源 (温度 T_H) に接触。

A→B：ゆっくりとピストンを引き上げ、気体の体積を増加させる。

高熱源に接触しているので、温度 T_H の等温変化 (等温膨張)。

等温変化なので、内部エネルギーの変化は0である。

熱量 Q_1 を高熱源から吸収し、気体は外へ $W_{B\leftarrow A}$ の仕事をする、熱力学第1法則より、 $Q_1 = W_{B\leftarrow A}$ となる。

また、 p - V 図は、 $pV = \text{一定}$ のグラフとなる。

B：断熱材へ移動させる。

B→C：さらにゆっくりとピストンを引き下げ、気体の体積を増加させる。

断熱材に接触しているので、断熱変化 (断熱膨張)。

断熱変化なので、外部との熱のやり取りが無い ($\Delta Q = 0$)。

気体が外に仕事をするわけなので、熱力学第1法則より、

内部エネルギーの減少分だけ気体は外へ $W_{C \rightarrow B}$ の仕事をする。

温度 T_H が温度 T_L になるまでゆっくりと気体を膨張させる。

また、 p - V 図は、断熱変化なので、 $pV^\gamma = \text{一定}$ のグラフとなる。

C : 低熱源 (温度 T_L) に接触。

C \rightarrow D : ゆっくりとピストンを引き下げ、気体の体積を減少させる。

低熱源に接触しているため、温度 T_L の等温変化 (等温圧縮)。

等温変化なので、内部エネルギーの変化は 0 である。

気体が外から $W_{D \leftarrow C}$ の仕事をされると、熱量 Q_2 を低熱源へ放出。

熱力学第 1 法則より、 $Q_2 = -W_{D \leftarrow C}$ となる。

また、 p - V 図は、 $pV = \text{一定}$ のグラフとなる。

D : 断熱材へ移動させる。

D \rightarrow A : さらにゆっくりとピストンを引き上げ、気体の体積を減少させる。

断熱材に接触しているため、断熱変化 (断熱圧縮)。

断熱変化なので、外部との熱のやり取りが無い。 ($\Delta Q = 0$)。

気体が外から仕事をされるわけなので、熱力学第 1 法則より、
気体が外からされた $W_{A \leftarrow D}$ の仕事分だけ内部エネルギーが増加する。

温度 T_L が、温度 T_H になるまでゆっくりと気体を圧縮する。

また、 p - V 図は、断熱変化なので、 $pV^\gamma = \text{一定}$ のグラフとなる。

A : 高熱源 (温度 T_H) に接触。

はじめの状態に戻る。

このような 1 サイクルの状態変化が、カルノー・サイクルである。

さて、図 12-3 のように、各変化での熱量の変化と仕事について、 p - V 図上にかいてみると、カルノー・サイクルがより見えてくるだろう。

A \rightarrow B \rightarrow C で気体は外に仕事をし、ピストンを元の A に戻すために、C \rightarrow D \rightarrow A で気

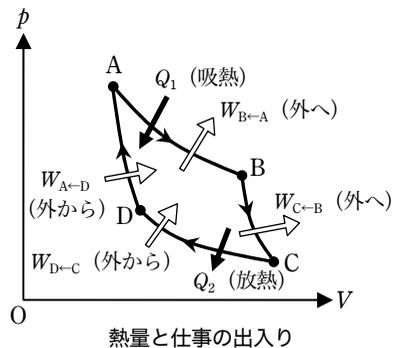


図 12-3

体が外から仕事をされる。つまり、1サイクルで気体が外にした仕事 W は、

$$W = W_{B \rightarrow A} + W_{C \rightarrow B} + (-W_{D \rightarrow C}) + (-W_{A \rightarrow D})$$

となり、これは、 p - V 図上の1サイクルを示す曲線に囲まれた閉曲線の内部の面積に等しい。つまり、図12-4の網をかけた部分の面積分となるわけだ。

ちなみに、カルノー・サイクルでは、高熱源から熱量を得て、低熱源に熱量を放出する、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の順サイクルばかりでなく、それぞれの変化が、準静的変化であるから、 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ の逆サイクルも可能である。

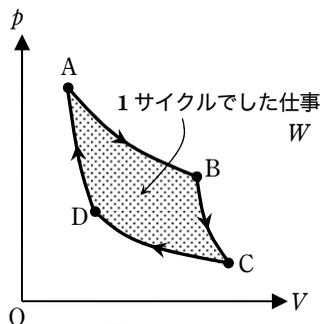


図12-4

理論上最も熱効率のよい、順サイクルのカルノー・サイクルは実現不可能ではあるものの、スコットランドの牧師であったスターリング (Robert Stirling) が1816年に考案したスターリング・エンジン (Stirling engine) が、カルノー・サイクルにとっても近い。スターリング・エンジンは、密閉した気体に外部から加熱や冷却をし、その圧力変化を仕事として取り出すようなもので、実現されている最も熱効率の大きなエンジンである。ただ、体積あたりの出力が低いため、大きな仕事をしようとする、エンジン本体がとて大きくってしまうという欠点があるため、実現できるエンジンではあるが、実用化は進んでいない。それゆえ、“幻のエンジン”ともいわれ、現在も研究や開発がなされているエンジンである。

また、逆サイクルのカルノー・サイクルは、低熱源から熱を奪って、高熱源へ吐くため、冷蔵庫や冷房装置 (←これらを一般にヒートポンプ [heat pump] という) の理論的に最大効率のサイクルとなる。これは、カルノー・サイクルが、体積変化によって熱の移動を実現しているという、通常と異なる熱の移動を伴うことを利用しているのだ。つまり、通常では温度差による熱の移動となる (1章参照) ため、温度の低いほうから高いほうへ熱を移動させることができる逆カルノー・サイクルは、ヒートポンプにもってこいの装置なのである。

カルノー・サイクルの熱効率

さて、ここからは、理論上最も熱効率が大きいとされる、カルノー・サイクルの熱効率について見ていこう。

カルノー・サイクルの熱効率 η_C は、定義に従うと、

$$\eta_C = \frac{1\text{サイクルで外にした仕事}}{\text{吸収熱量}} = \frac{W}{Q_1} = \frac{W_{B \leftarrow A} + W_{C \leftarrow B} - W_{D \leftarrow C} - W_{A \leftarrow D}}{Q_1}$$

として求められる。

もしくは、1サイクルでの熱力学第1法則から、

$$\eta_C = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad \dots\dots ①$$

としても求められる。

さて、カルノー・サイクルにおいては、もうひとつだけ忘れてはならない関係が導き出される。それは、高熱源の絶対温度 T_H と、低熱源の絶対温度 T_L 、および、気体の吸収した熱量 Q_1 、気体の放出した熱量 Q_2 の間に、次のような関係があるということだ！・・・この関係の導出は16章にて扱うので、ここでは結果だけの紹介となるが申し訳ない。

$$\frac{Q_1}{T_H} = \frac{Q_2}{T_L} \quad \dots\dots ②$$

ここで、②式を①式に代入すると、

$$\eta_C = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad \dots\dots ③$$

となる。

③式が何を意味しているのか？よく見てみよう。なんと、熱効率 η_C が、用いた高熱源の絶対温度 T_H と、低熱源の絶対温度 T_L とで決定してしまうとっているのだ！繰り返しておこう。カルノー・サイクル（熱効率が最大となるサイクル）においては、その熱効率は、作業物質の種類によらず、用いた両熱源の絶対温度だけで決まってしまうのだ！

カルノー・サイクル (Carnot's cycle)

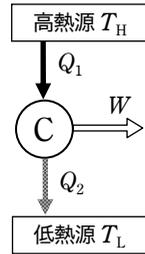
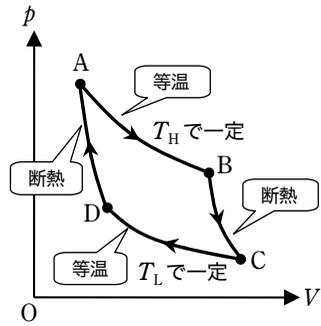
カルノー・サイクルとは、思考実験で生み出された熱効率が最大となるサイクルのことで、準静的に等温変化と断熱変化を交互におこなう可逆サイクルのこと。 p - V 図は右のようになる。

このサイクルでは、高熱源の絶対温度 T_H と、低熱源の絶対温度 T_L 、および、気体の吸収した熱量 Q_1 、気体の放出した熱量 Q_2 の間に、

$$\frac{Q_1}{T_H} = \frac{Q_2}{T_L}$$

の関係があるため、その熱効率 η_C は、高熱源の絶対温度 T_H と、低熱源の絶対温度 T_L のみで、作業物質の種類によらず次のように決まる。 $(T_H > T_L)$

$$\eta_C = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$



カルノーの定理

カルノーにより、等温変化と断熱変化のみからなる、準静的なサイクル（可逆サイクル）が最も熱効率が大きいことがわかり、かつ、その最大となる熱効率 η_C は、2つの熱源の絶対温度（高熱源の絶対温度 T_H と低熱源の絶対温度 T_L ）のみで決まることがわかった。

一般に、可逆サイクルであるならその熱効率は η_C となり、任意の可逆でないサイクル（不可逆サイクル）の熱効率 η は常に η_C より小さくなる。すなわち、

$$\eta \leq \eta_C = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (\text{等号成立は可逆サイクルの場合})$$

が常に成立するわけだ。この関係をカルノーの定理 (Carnot's theorem) という。カルノーはこの関係を 1824 年の論文の中で述べているのだ。

問題

ある熱源間で動作しているカルノー・サイクルがある。その熱効率を調べると、0.200であった。高熱源の温度はそのまま、低熱源の温度を90.0 [K] だけ下げたところ、その熱効率が2倍になった。元の熱源の温度をそれぞれ求めよ。

ここで、カルノー・サイクルに関する問題をひとつやってみよう。いつものように、自分で絵をかいてから取り組んでほしい。

この問題では、はじめの状態の熱効率と、低熱源の温度だけを下げた場合の熱効率を比較している。絵をかくなれば、両方の絵をかくのがよからう。図 12-5 のようにかけただろうか。

さて、求めたいはじめの高熱源の絶対温度を T_H 、低熱源の絶対温度を T_L とすると、そのときのカルノー・サイクルの熱効率 η は問題文より、

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 0.200 \quad \cdots \textcircled{4}$$

となる。

次に、高熱源の温度はそのまま、低熱源の温度を90.0 [K] 下げた後の熱効率 η' は、元の状態の熱効率 η の2倍になるので、

$$\eta' = 1 - \frac{T_L - 90.0}{T_H} = 2\eta = 0.400 \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

である。

④式と⑤式を連立すれば、

$$\left. \begin{array}{l} \text{元の低熱源の絶対温度 } T_L = 360 \text{ [K]} \\ \text{元の高熱源の絶対温度 } T_H = 450 \text{ [K]} \end{array} \right\} \cdots \cdots \text{答}$$

とわかる。つまり、同じカルノー・サイクルで、より熱効率を大きくするには、用いる両熱源の温度差を大きくすればよいのである。

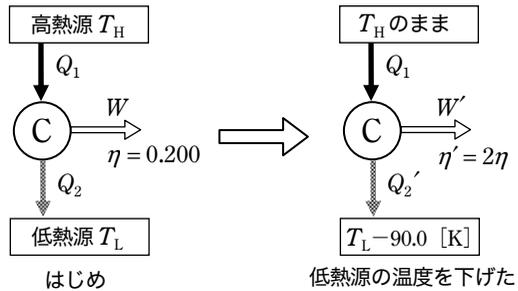


図 12-5